

L'INAFFERRABILE LUCE DEL SOLE

FRANCO GORI

Dipartimento di Fisica, Università Roma Tre, Roma, Italia

Perché, nonostante i progressi tecnologici, non siamo ancora in grado di immagazzinare e riprodurre il campo luminoso proveniente da oggetti illuminati dal Sole? Perché tutte le stelle scintillano tranne il Sole? Le risposte vanno cercate nelle proprietà di coerenza della luce.

Se avete visto un ologramma saprete che esso dà la sensazione di essere una finestra attraverso la quale si rivedono gli oggetti che erano presenti di fronte all'ologramma al momento della sua registrazione. Muovendo la testa lateralmente vedrete gli oggetti sotto angoli diversi. Insomma tutto va come se gli oggetti fossero ancora presenti, mentre in realtà c'è solo una lastra fotografica illuminata da un fascio laser opportunamente espanso. In effetti sulla lastra è stato registrato l'intero campo luminoso che veniva dagli oggetti. Il procedimento con cui si costruisce l'ologramma è il seguente. Un fascio di radiazione laser viene diviso in due tramite uno specchio che riflette solo parzialmente la luce che ci incide sopra, mentre lascia passare il resto. Uno dei due fasci viene usato (dopo averlo espanso con una lente a piccola lunghezza focale) per illuminare gli oggetti di interesse. L'onda luminosa diffusa dagli oggetti, detta *campo* (o onda) *segnale*, raggiunge una lastra fotografica ad altissima risoluzione (dell'ordine delle migliaia di linee al millimetro) che, dopo sviluppo e fissaggio, costituirà l'ologramma. Sulla lastra viene, simultaneamente, anche inviato il secondo fascio, espanso in modo da produrre un'illuminazione uniforme sulla regione della lastra. Esso prende il nome di *campo* (o onda) *di riferimento*. Lo schema complessivo è illustrato in **fig. 1**.

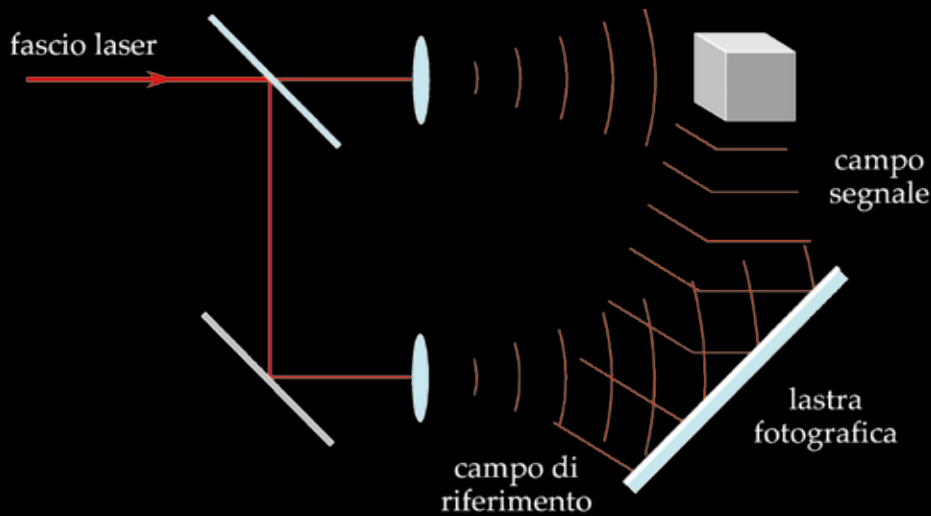
Il motivo per cui si usa radiazione laser è che essa è altamente coerente. Il significato di questo termine sarà chiarito in seguito. Per ora è sufficiente dire che un laser emette una radiazione molto ordinata, cioè che un laser produce, nel visibile, una radiazione analoga a quella irradiata da un'antenna radio. La differenza fondamentale è che mentre

la radiazione prodotta, ad es., da un telefono cellulare ha una frequenza intorno a 1 GHz (un miliardo di oscillazioni al secondo), quella della radiazione emessa da un laser è circa un milione di volte più grande.

Il problema, risolto dall'olografia, che si presenta nella registrazione di un campo d'onde luminoso coerente è il seguente. La distribuzione del campo attraverso una generica superficie è caratterizzata, punto per punto, da un'ampiezza e da una fase. Infatti, riferendoci ad un'onda monocromatica, cioè con un'unica ben definita frequenza, il campo ha un andamento temporale del tipo $A \cos(\omega t + \phi)$, dove A è l'ampiezza, ω la pulsazione (2π volte la frequenza), t il tempo e ϕ la fase (o, più precisamente, la fase iniziale). Sia A che ϕ dipendono dal punto considerato. Naturalmente, la radiazione laser non è strettamente monocromatica (questo è un modello ideale), ma *quasi-monocromatica*, cioè con uno spettro che copre un intervallo di frequenze molto più piccolo della frequenza media. Tuttavia, per gli effetti che ci interessano possiamo trattare la radiazione laser come se fosse monocromatica.

Ora, tutti i rivelatori della radiazione visibile, dalle emulsioni fotografiche ai fotodiodi, rispondono solo all'intensità luminosa, che è una grandezza proporzionale al quadrato dell'ampiezza del campo luminoso, mentre sono insensibili alla fase. Allora, come registrare la fase? La risposta fu trovata nel 1947 da Dennis Gabor (1900-1979), premio Nobel per la Fisica 1971, e consiste nel riportare la distribuzione spaziale della fase sulla distribuzione d'intensità. Ciò si ottiene sfruttando un tipico fenomeno ondulatorio, quello

1



dell'interferenza. È noto infatti che quando due onde (di uguale frequenza) interferiscono, il valore dell'intensità, punto per punto della zona di sovrapposizione, dipende dalla differenza di fase fra le due onde. Più esplicitamente, se I_1 e I_2 sono le intensità prodotte separatamente dalle due onde e $\Delta\phi$ è la differenza delle loro fasi, l'intensità complessiva risulta essere $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\phi$. È questa la celebre formula dell'interferenza a due onde. Nei punti in cui è $\Delta\phi = 0$ (o uguale a un multiplo intero di 2π) si hanno dei massimi d'intensità di valore $I_M = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$, mentre nei punti in cui si ha $\Delta\phi = \pi$ (o un multiplo intero dispari di π) si hanno dei minimi di valore $I_m = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$. Le regioni corrispondenti ai massimi e ai minimi prendono il nome di *frange* d'interferenza. Esse sono più o meno contrastate a seconda della differenza fra I_M e I_m . Si definisce *visibilità* delle frange la grandezza $V = (I_M - I_m)/(I_M + I_m)$, che manifestamente è compresa fra 0 e 1. Nel caso dell'ologramma, l'onda di riferimento ha una distribuzione spaziale nota di fase e ha ampiezza uniforme (almeno approssimativamente). Si può allora mostrare [1, 2] che la distribuzione d'intensità nella figura d'interferenza

registrata dall'ologramma contiene tutta l'informazione necessaria a individuare ampiezza e fase dell'onda segnale. Se per ricavare ampiezza e fase dell'onda segnale si dovesse misurare la trasparenza dell'ologramma punto per punto e procedere poi numericamente, l'interesse per l'olografia, pur rimanendo, sarebbe piuttosto limitato. Infatti resterebbe aperto il problema della ricostruzione dell'onda segnale, cioè di come generare tale onda a partire dall'insieme dei dati numerici ricavati. Si potrebbero, tramite calcolatore, generare delle immagini attraverso piani selezionati, ma questo non darebbe la sensazione di tridimensionalità dell'osservazione diretta del campo. Fortunatamente, la ricostruzione dell'onda segnale può farsi per via completamente analogica. È sufficiente per questo illuminare l'ologramma con la sola onda di riferimento. Si sfrutta qui un secondo tipico fenomeno ondulatorio, quello della diffrazione. Tale fenomeno indica l'allontanarsi del comportamento di un'onda luminosa (ma non solo) dalle previsioni dell'ottica geometrica. È facilmente osservabile nella vita di tutti i giorni. Per es., se si guarda un lampione lontano attraverso la tendina di una finestra, si vedrà che ci sono, a destra e a

sinistra del lampione, come pure sopra e sotto, delle repliche del lampione. Esse sono dovute alla diffrazione causata dalla struttura della tendina e appaiono iridescenti perché l'entità degli effetti della diffrazione dipende dalla lunghezza d'onda. Ancora più facile da osservare è la diffrazione prodotta da un *compact disk*. È questa che determina le luci colorate che si osservano quando il disco riflette la radiazione di una lampada. Nel caso dell'ologramma la diffrazione dà luogo a qualcosa che ha del magico. Per mostrarlo servirebbe un po' più di matematica di quella che vogliamo usare, ma si trova [1, 2] che, quando l'ologramma è illuminato dalla sola onda di riferimento, produce, fra altri campi diffratti, un campo identico a quello dell'onda segnale. È opportuno stimare la scala dei dettagli che vengono registrati sulla lastra olografica. Come si è detto, l'ologramma registra la figura d'interferenza fra l'onda segnale e quella di riferimento. Per stimare l'entità dei dettagli di tale figura, ci possiamo riferire al caso semplicissimo in cui l'onda segnale si riduca a un'onda piana ortogonale al piano dell'ologramma e l'onda di riferimento, pure piana, sia inclinata di un angolo ϑ rispetto alla normale. In questo caso la fase dell'onda segnale è

2

campo
segnalecampo di
riferimento λ ϑ x L

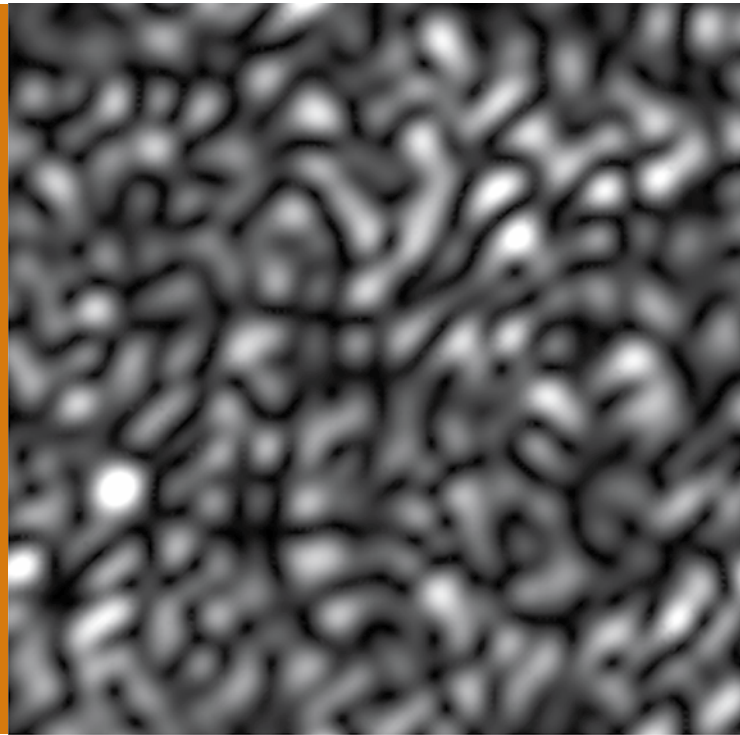
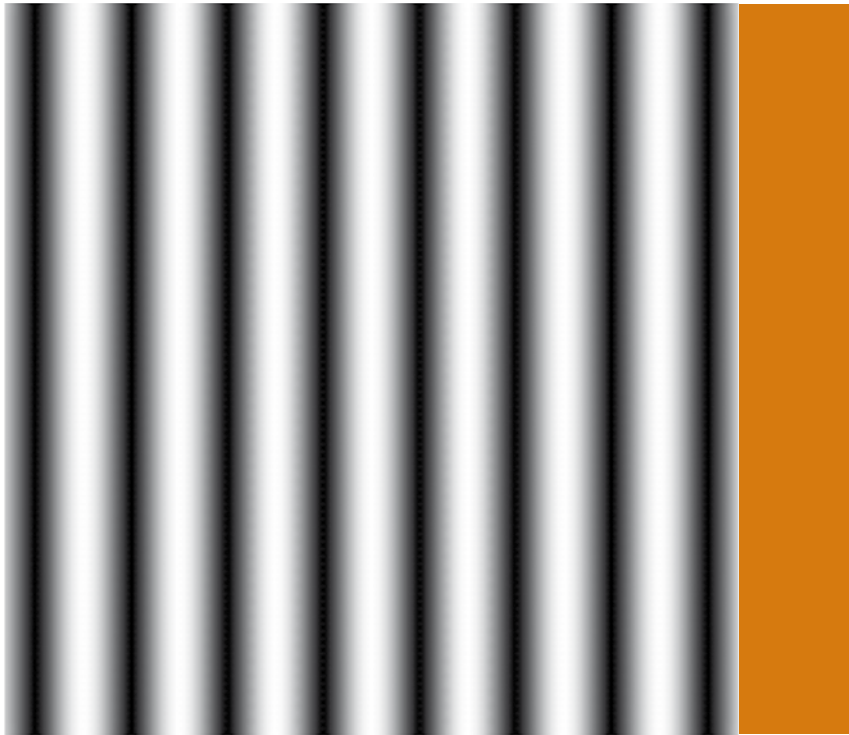
Fig. 1 Schema tipico di registrazione di un ologramma.

Fig. 2 Calcolo dell'interfrangia.

costante sul piano dell'ologramma. In corrispondenza ad un generico punto del piano dell'ologramma, pensiamo di tracciare la normale al piano e una retta parallela alla direzione di propagazione dell'onda di riferimento. Esse individuano un piano che taglia quello dell'ologramma lungo una retta. Quest'ultima sarà presa come asse x . Per capire come varia la fase dell'onda di riferimento attraverso il piano dell'ologramma, teniamo presente che in un'onda piana la fase cambia di 2π se ci si sposta di una lunghezza d'onda (λ) lungo la direzione di propagazione. Ciò corrisponde (vedi fig. 2) a spostarsi di un tratto $L = \lambda/\sin \vartheta$ sul piano dell'ologramma lungo l'asse x . Perciò, se le due onde sono in fase ($\Delta\phi = m 2\pi$, con m intero positivo, negativo o nullo) in un certo punto del piano, esse lo saranno di nuovo se ci spostiamo da tale punto di un tratto L lungo l'asse x . Più in generale, la fase dell'onda di riferimento risulta proporzionale a x , mentre è indipendente dalla coordinata ortogonale y . Di conseguenza, usando la formula dell'interferenza a due onde, si vede che si formano delle frange rettilinee, in cui la cosiddetta interfrangia (cioè la periodicità spaziale dell'intensità, per es. la distanza fra due massimi adiacenti) vale L . Un esempio

è mostrato in fig. 3. Teniamo ora conto che una lunghezza d'onda tipica nel visibile è $0.5 \mu\text{m}$ (mezzo milionesimo di metro), che corrisponde a un colore spettrale nel verde e supponiamo che ϑ valga 30° . L'interfrangia è allora pari a 2λ , cioè un micrometro. L'onda segnale è, normalmente, molto più complicata di una semplice onda piana e conseguentemente lo stesso avviene per la figura d'interferenza, ma si può ugualmente supporre che le variazioni d'intensità avvengano su distanze dell'ordine di un micrometro. Questo spiega l'elevato potere risolutivo richiesto alle emulsioni per olografia e dà un'idea della grande quantità d'informazione contenuta in un ologramma. Si noti che la formula per l'interfrangia si può approssimare con $L = \lambda/\vartheta$ se ϑ non è molto grande (persino per $\vartheta = 30^\circ$ si ha un'approssimazione accettabile). È spontaneo chiedersi se sia possibile registrare, in modo analogo a quanto fa un ologramma, la luce che passa attraverso una finestra di casa nostra in una bella giornata di sole. Noi vediamo case, alberi, automobili, passanti. Potremmo registrare questo campo luminoso e ricrearlo a piacimento? Non fare banalmente una fotografia, si badi, ma immagazzinare e riprodurre

tutto quello che ci permette di vedere gli oggetti esterni sotto angoli diversi, di mettere a fuoco a nostra scelta oggetti più vicini o più lontani. In breve, sarebbe possibile far rivivere tutta la scena come se fosse ancora davanti a noi, anche se nel frattempo si è fatta notte? La risposta è che, in linea di principio, la cosa è fattibile, ma che, in pratica, è talmente difficile che nessuno riesce a farla. Per capire dove sono i problemi, dobbiamo capire quali sono le proprietà della luce emessa dalle sorgenti naturali, cioè non laser, come il Sole, le lampade a incandescenza ecc. (si usa la locuzione *sorgenti termiche*). È quello che vogliamo fare adesso introducendo i concetti di base della teoria della coerenza. Per questo però, ci serve di parlare ancora di un fenomeno evidenziato dalla luce laser. Se avete avuto occasione di usare un puntatore laser (di quelli che si utilizzano nelle conferenze per indicare delle cose sulle diapositive proiettate) avrete notato che il fascio, incontrando una superficie, appare scintillante. È una manifestazione del fenomeno degli *speckles*, sul quale vogliamo ora soffermarci. Per discutere il fenomeno, supponiamo che un fascio laser incontri una superficie diffondente, come una parete o un foglio di carta (teniamo



presente che la maggior parte degli oggetti che popolano il nostro mondo è costituita da diffusori). Ora, su uno schermo d'osservazione, raccogliamo la luce diffusa. La figura che si osserva è del tipo mostrato in fig. 4. Un insieme di macchioline luminose separate da spazi scuri. Tali macchioline sono chiamate *speckles* (conservando il termine inglese). La distribuzione d'intensità ha una struttura disordinata. Da che cosa ha origine tutto ciò?

Per semplificare l'analisi, ci riferiremo a un diffusore in trasmissione, come può essere una lastra di vetro smerigliato. Illuminiamo il diffusore con un fascio laser e poniamo un piano d'osservazione parallelo al vetro, a una distanza, diciamo D , che supporremo grande rispetto alle dimensioni lineari della zona illuminata dal laser. La luce trasmessa dal vetro produce sullo schermo una figura a *speckles*. Per capirne l'origine, osserviamo che il vetro smerigliato presenta delle variazioni di spessore dovute ai solchi prodotti dalla pasta smeriglio con cui è stato fatto. Tali variazioni, piccole su scala macroscopica, possono però risultare considerevoli se paragonate alla lunghezza d'onda del laser.

Schematizziamo ora il diffusore come un insieme di areole, in ciascuna delle quali lo spessore del vetro è approssimativamente costante. Da ognuna di queste areole emana una sorta di onda sferica (non isotropa). A causa dei diversi spessori del vetro sottostante, le fasi di queste onde sono diverse (si tenga conto che la lunghezza d'onda nel vetro è più piccola che in aria). Le possiamo pensare distribuite a caso uniformemente fra 0 e 2π . Il campo totale nel generico punto dello schermo d'osservazione è la somma dei campi provenienti da tutti gli elementi. Si ha allora un fenomeno d'interferenza fra moltissime onde, che hanno ampiezze paragonabili, ma fasi aleatorie. È questo che fa perdere alla figura d'interferenza una struttura regolare.

Nonostante l'apparenza casuale si distingue nella figura una certa grana media, nel senso che gli *speckles* hanno dimensioni lineari simili. Poiché la figura a *speckles* è pur sempre una figura d'interferenza, anche se disordinata, i suoi dettagli, e in particolare le dimensioni lineari degli *speckles*, saranno determinati dall'interfrangia minima che può essere prodotta

da due delle areole in cui possiamo dividere il diffusore. Se si isolano due sole areole (per es., coprendo tutta la zona illuminata dal laser con vernice nera tranne che in corrispondenza a due minuscoli fori), la figura che si osserva è molto simile a quella prodotta da due onde piane aventi direzioni di propagazione lungo le congiungenti fra il punto d'osservazione e i fori. Si potrebbe vedere che la corrispondente interfrangia è ancora approssimativamente data dalla formula prima ricavata, cioè da λ/ϑ , dove ϑ è l'angolo fra le due onde. Il minimo si avrà per il massimo valore che può raggiungere ϑ , il che accade quando le areole sono diametralmente opposte. Nell'approssimazione di piccoli angoli, otteniamo allora che la dimensione lineare tipica di uno *speckle*, che indicheremo con S , è $S = \lambda D/a$, dove a è il diametro del fascio laser sul vetro smerigliato. È questa la stima che si può dare per le dimensioni lineari degli *speckles* e che si accorda bene con i risultati sperimentali. Osserviamo ora che, in linea di principio, se si conoscesse con esattezza la struttura del diffusore si potrebbe prevedere, con altrettanta precisione, la

Fig. 3 Figura d'interferenza fra due onde piane mutualmente inclinate.

Fig. 4 Disegno a *speckle* prodotto dalla diffusione di luce coerente.

Fig. 5 Figura di diffrazione da foro circolare.



distribuzione d'intensità che si osserva sullo schermo. Ciò però ha un interesse molto modesto perché, cambiando il diffusore, i calcoli fatti non servirebbero più a nulla. Col secondo vetro smerigliato infatti, vedremo sì una figura a *speckles*, ma completamente diversa, punto per punto, dalla prima. Tuttavia le dimensioni degli *speckles* rimarrebbero le stesse. È essenzialmente questo che sopravvive nel passaggio dal primo al secondo diffusore. Si può dire che un singolo vetro smerigliato fornisce una particolare *realizzazione* di un processo di tipo aleatorio. Ciò che è importante è trovare delle grandezze, da valutare tramite medie su un insieme di realizzazioni distinte, che diano informazioni sulle proprietà statistiche del processo. Per i nostri fini la grandezza di questo tipo più significativa che si può introdurre è la *funzione di correlazione* fra due punti del campo di *speckles*. Essa ci dà informazioni su quanto i campi in due punti distinti siano legati statisticamente. Disinteressiamoci della sua definizione in termini analitici [1] e cerchiamo invece di capirne il senso fisico. Per una fissata realizzazione (fissato diffusore), consideriamo due

punti a distanza piccola rispetto alle dimensioni di uno *speckle*. Il fatto che l'intensità nei due punti abbia quasi lo stesso valore è un indice del fatto che i campi nei due punti sono legati fra loro. Ad es., è molto improbabile che in uno dei punti il campo sia elevato (come al centro di uno *speckle*) e nell'altro sia prossimo a zero. Affinché la probabilità di questo evento diventi apprezzabile bisogna aumentare la distanza fra i punti fino a farla diventare maggiore o uguale alla metà della dimensione lineare di uno *speckle*. È quanto dire che l'area di uno *speckle* rappresenta la regione nei punti della quale i campi sono significativamente correlati con il campo che si ha al centro dello *speckle*. Si noti che questo succederà in ogni realizzazione del processo: se i punti sono a distanza piccola rispetto a S i campi in essi saranno legati fra loro o, come si dice, correlati. Per distanze superiori la correlazione diventa molto debole. La domanda che si pone è: come si può determinare sperimentalmente questa correlazione? Descriveremo ora un semplicissimo apparato sperimentale (interferometro di Young) che consente tale determinazione e la discussione del

quale ci condurrà in modo diretto alle grandezze base della teoria della coerenza. Immaginiamo che lo schermo d'osservazione usato finora sia sostituito da uno schermo opaco che presenta due forellini. Questi ultimi si troveranno quindi entro il disegno a *speckles*. Supporremo che la distanza fra i fori, diciamo d , sia fissata e che la dimensione S degli *speckles* possa essere variata entro ampi limiti. Per far questo, essendo $S = \lambda D/a$, basterà cambiare il diametro del fascio laser quando incide sul diffusore, per es., usando una lente. La luce che emerge dai fori viene raccolta da una lente convergente e viene osservata nel piano focale posteriore della lente. Quale disegno si osserva in una generica realizzazione? Cominciamo col supporre che solo uno dei fori sia aperto. Ciò che si osserva allora nel piano focale posteriore della lente (quale che sia il foro aperto) è la ben nota figura di diffrazione alla Fraunhofer da foro circolare [1, 2]. Essa è riprodotta in [fig. 5](#). Quando entrambi i fori sono aperti le due figure di diffrazione si sovrappongono e si ha un fenomeno d'interferenza. Siccome le direzioni medie di propagazione dei



Fig. 6 Figura di diffrazione e interferenza da due fori circolari con centri separati.

campi diffratti dai due fori sono differenti, entro la figura di diffrazione comune si vengono a formare delle frange simili a quelle prodotte da due onde piane mutuamente inclinate. Un esempio è mostrato in fig. 6. Esso si riferisce al caso in cui gli *speckles* che illuminano i fori abbiano dimensioni lineari (S) molto superiori a d . I campi sui fori sono quasi identici (in ampiezza e fase) e le frange d'interferenza entro la figura di diffrazione sono simili a quelle prodotte da due onde piane mutuamente inclinate di uguale intensità. Se si cambia il diffusore, le cose cambieranno di così poco che si vedrà essenzialmente la stessa figura complessiva. Immaginiamo di porre una lastra fotografica nel piano focale posteriore della lente e di impressionarla successivamente con le figure prodotte da un gran numero di diffusori distinti. È come se illuminassimo la lastra con la somma delle intensità prodotte dai vari diffusori, cioè con una grandezza proporzionale alla media d'insieme dell'intensità (punto per punto). Siccome tutte le figure usate sono quasi uguali, anche la figura ottenuta dalla sovrapposizione avrà lo stesso aspetto. Si noti che in qualche realizzazione può ben succedere che un foro si trovi in una zona buia, ma per le ipotesi fatte, in questo caso anche l'altro foro sarà molto poco illuminato. Adesso invece, usiamo *speckles* aventi dimensioni lineari S paragonabili o inferiori a d . In una generica realizzazione, i campi sui due fori potranno risultare sensibilmente diversi fra loro in ampiezza e fase. Dalla formula dell'interferenza a due onde vediamo che una differenza d'ampiezza dei campi

sui fori riduce la visibilità delle frange. Addirittura, se uno dei due campi si annulla e l'altro no, le frange spariscono. Una differenza di fase comporta invece uno spostamento delle frange rispetto al caso in cui i campi sui fori abbiano la stessa fase. Di conseguenza, facendo la media su un insieme di realizzazioni, la figura risultante mostrerà frange poco contrastate e non necessariamente simmetriche rispetto al punto centrale. Se d è molto grande rispetto a S questa media può dare una figura in cui le frange non sono più distinguibili.

Abbiamo perciò trovato due grandezze, determinabili sperimentalmente, che caratterizzano la correlazione fra i campi sui fori. Esse sono: a) la visibilità, compresa fra 0 e 1, delle frange risultanti dalla media d'insieme; b) lo spostamento di tali frange, chiamiamolo s , rispetto al centro della figura. Ovviamente, se il primo parametro si annulla, il secondo diventa indeterminato. Fermiamoci ancora sul secondo. Esso va rapportato all'interfrangia. Per rendercene conto, osserviamo che uno spostamento che sia esattamente uguale all'interfrangia dà luogo alla stessa figura di uno spostamento nullo. Uno spostamento pari a mezza interfrangia produce una figura che al centro ha un minimo d'intensità anziché un massimo. Lo spostamento delle frange è legato, come già osservato, a una differenza di fase fra i campi sui fori. Si può allora prendere come secondo parametro caratteristico la quantità $2\pi s/L$, avente le dimensioni di un angolo. Esso può essere visto come la differenza di fase che, in media, hanno i campi sui fori. Lo chiameremo semplicemente fase della correlazione. Un'analisi più formale porterebbe a questi stessi risultati. In effetti, la funzione di correlazione fra i campi sui fori, opportunamente normalizzata [1], risulta individuata da due parametri: uno compreso fra 0 e 1 e l'altro rappresentato da un angolo, compreso fra $-\pi$ e π (a meno di multipli di 2π). A questi va aggiunta la misura delle intensità medie sui due fori.

Il passo successivo è tanto semplice quanto importante. Immaginiamo che il vetro smerigliato che produce gli *speckles* sia in forma di disco, con diametro grande rispetto a quello del fascio laser. Supponiamo poi che tale disco sia imperniato sull'asse di un motorino che può essere posto in rapida rotazione. Il fascio laser illumina una piccola porzione del disco (che supponiamo situata verso il bordo). Quando il disco ruota, il laser illumina zone diverse di esso, cosicché tutto va come se venisse cambiato il diffusore. Su uno schermo di osservazione che raccolga la luce emergente dal disco vediamo gli *speckles* se il disco è fermo, mentre, se il disco è in moto, vedremo una distribuzione d'intensità che, a causa del fenomeno della persistenza delle immagini sulla retina, ci appare variare in modo dolce e continuo da un punto all'altro. Ciò che otteniamo in questo modo è di sostituire le medie d'insieme con delle medie sul tempo.

Consideriamo la regione del disco rotante illuminata dal laser. Essa si comporta come una sorgente luminosa. Fra i campi emessi da due areole distinte di tale sorgente non c'è alcun legame statistico, cioè i campi emergenti da tali areole sono incorrelati, mentre c'è correlazione fra i campi emessi da punti diversi di una stessa areola. Se i solchi, fatti in modo casuale dalla pasta smeriglio, sono sufficientemente fitti, le dimensioni lineari delle areole sono dell'ordine della lunghezza d'onda della radiazione. È possibile mostrare che un'ulteriore riduzione di tali dimensioni non cambierebbe le caratteristiche essenziali del campo irradiato, per cui si schematizza la sorgente come se le dimensioni lineari delle areole tendessero a zero e si dice che la sorgente è *incorrelata* o *incoerente*. Come ora vedremo, il suo comportamento è simile a quello di una sorgente termica quasi-monocromatica e per questo si dice che essa rappresenta una sorgente *pseudo-termica*.

Passiamo a discutere le caratteristiche della radiazione emessa da una sorgente termica e a esaminare le sue proprietà di correlazione o, come più comunemente si dice, di *coerenza*. Va detto innanzi tutto che si distingue fra *coerenza spaziale* e *coerenza temporale* [1, 3]. Quest'ultima si riferisce alla correlazione che hanno i campi, in un fissato punto, a due istanti diversi. Essa sarebbe perfetta per luce monocromatica. Per capire intanto cosa accade per luce quasi-monocromatica, si pensi che questa si può rappresentare come un campo monocromatico che subisca, nel tempo, fluttuazioni casuali di ampiezza e fase. La correlazione fra i campi a due istanti diversi si riduce quando la distanza temporale fra i due istanti diventa paragonabile (o superiore) agli intervalli di tempo sui quali avvengono le fluttuazioni casuali dette. Per campi poi con spettro arbitrario, un celebre teorema (Wiener-Kintchine) [1, 3] dimostra che l'intervallo di tempo su cui si perde la correlazione temporale è inversamente proporzionale alla larghezza dello spettro della radiazione. Lo spettro della luce emessa da una sorgente termica può coprire un vasto intervallo di lunghezze d'onda (per es., dall'ultravioletto all'infrarosso). Tuttavia, mediante l'uso di filtri, è possibile selezionare un piccolo intervallo spettrale in modo che la radiazione diventi quasi-monocromatica. Perciò, se i dispositivi usati non introducono considerevoli ritardi temporali, si può trattare la radiazione come se fosse monocromatica e interessarci solo delle proprietà di coerenza spaziale. Per quanto riguarda queste, osserviamo che la radiazione ha origine da un insieme di atti di emissione (spontanea) indipendenti che riguardano areole con dimensioni lineari dell'ordine della lunghezza d'onda. Perciò il processo è del tutto simile a quello che si attua con una sorgente pseudo-termica. La differenza fondamentale riguarda il fatto che l'energia emessa per unità di superficie e di tempo è, a parità di intervallo spettrale, molto più piccola per una sorgente termica che per una pseudo-termica.

Incidentalmente, è per questo che in molti esperimenti relativi alla coerenza si usano sorgenti pseudo-termiche al posto di quelle termiche. Date le piccole dimensioni delle areole che emettono indipendentemente l'una dall'altra, la generica sorgente termica è incoerente.

Usando il modello a *speckles* variabili nel tempo, ci rendiamo conto che quando il campo si propaga a una certa distanza D dalla sorgente esso diventa, come si dice, *parzialmente coerente* dal punto di vista spaziale. Ciò significa che, intorno a ogni punto, esiste un'area, di dimensioni superiori alla lunghezza d'onda, tale che il campo nei suoi punti è apprezzabilmente correlato con quello nel punto centrale. Tale area, il cui raggio possiamo assumere uguale alle dimensioni tipiche di uno *speckle*, viene detta *area di coerenza* del campo propagato. Supponendo per semplicità che la sorgente sia un disco di diametro a e ricordando che la dimensione lineare S degli *speckles* è data da $S = \lambda D/a$, vediamo che il raggio dell'area di coerenza cresce proporzionalmente a D durante la propagazione. Si noti che si può scrivere $S = \lambda/\alpha$, dove α è l'apertura angolare sotto cui si vede la sorgente dal piano d'osservazione. Per la maggior parte delle stelle, α è dell'ordine dei decimilionesimi di radiante o inferiore. È per questo che la luce che giunge sulla Terra dalle stelle (Sole escluso) ha un'area di coerenza il cui diametro è tipicamente di svariati metri. Il Sole invece è visto dalla Terra sotto un angolo α di circa mezzo grado. Di conseguenza il raggio dell'area di coerenza della luce del Sole è dell'ordine del centesimo di millimetro. Anche la radiazione proveniente dai pianeti non è molto coerente, il diametro di coerenza essendo dell'ordine del centimetro.

Le diverse proprietà di coerenza spaziale della radiazione proveniente dai corpi celesti rendono conto del manifestarsi o meno di un fenomeno comunemente osservato a occhio nudo: il tremolio della luce proveniente da tali sorgenti. Questo fenomeno è dovuto a variazioni spaziali e temporali dell'indice di rifrazione dell'atmosfera causate da manifestazioni di turbolenza. Grossolanamente parlando, quando la luce attraversa zone adiacenti con indici di rifrazione differenti le cose vanno come se essa passasse attraverso un vetro smerigliato. Si formano allora degli *speckles* che cambiano nel tempo, sicché, al passare del tempo, arrivano sull'occhio zone luminose e oscure del disegno a *speckles*. Il fenomeno è sufficientemente lento perché l'occhio riesca a seguirlo. La sensazione che se ne ha è che la sorgente si accenda e si spenga in continuazione. Tuttavia, affinché il fenomeno si manifesti, è necessario che i campi provenienti dalle zone con indice di rifrazione diverso siano in grado di interferire (così come accade per quelli emessi da areole distinte del vetro smerigliato illuminato dal laser). Perciò è necessario che l'area di coerenza della radiazione che passa attraverso l'atmosfera sia sufficientemente grande. Questa condizione è verificata

per la luce delle stelle, ma non per quella dei pianeti e (fortunatamente) del Sole. Vale la pena di aggiungere che il fenomeno può essere facilmente osservato anche con sorgenti termiche artificiali. In effetti, se si osserva una lampada per illuminazione stradale da una distanza dell'ordine delle decine di chilometri (per es., guardando verso una città da una collina) frequentemente la luce della lampada apparirà tremolante. La coerenza spaziale di tale luce, nella propagazione, è cresciuta abbastanza da produrre il tremolio.

La dipendenza dell'area di coerenza dall'angolo sotto cui è vista la sorgente incoerente fu sfruttata da Michelson, primo scienziato statunitense insignito del premio Nobel per la Fisica (1907), per determinare il diametro angolare di diverse stelle, troppo piccole perché i telescopi potessero distinguerle da sorgenti puntiformi. Michelson analizzò sperimentalmente [4] le proprietà di coerenza della radiazione proveniente dalla stella e, in particolare, misurò la minima distanza fra i fori di un interferometro di Young in corrispondenza alla quale si annullava la visibilità delle frange. Tale distanza è uguale al raggio dell'area di coerenza e quindi, secondo le nostre stime, vale $\lambda D/a$. In realtà, una stima più accurata fornisce $1.22 \lambda D/a$. Da qui Michelson trovò i diametri angolari voluti. La possibilità di calcolare la funzione di correlazione del campo prodotto da una sorgente incoerente, che qui è stata mostrata con considerazioni elementari, è espressa esplicitamente da un celebre teorema (van Cittert-Zernike) [1, 3]. Generalizzando tale teorema, si trova [1, 3] che, se si conosce la funzione di correlazione di una radiazione per tutte le possibili coppie di punti di un piano assegnato, è possibile calcolare tale funzione su un qualunque piano successivo. È questo un punto chiave per le nostre considerazioni. Nel caso coerente (luce laser) è possibile registrare, punto per punto di una certa regione piana, il campo tramite un ologramma. Nel caso di radiazione emessa da una sorgente incoerente, che diviene parzialmente coerente durante la propagazione, il campo diventa una variabile di tipo aleatorio e l'informazione sulla sorgente è trasportata non dal campo (funzione di punto) ma dalla sua funzione di correlazione (che dipende da coppie di punti). Riconsideriamo adesso la situazione cui si è fatto riferimento all'inizio. Il Sole (o una qualunque altra sorgente termica) illumina certi oggetti. Questi diffondono la radiazione verso

un osservatore posto dietro una finestra e ne determinano la funzione di correlazione per ogni coppia di punti. Per immagazzinare tale radiazione dovremmo misurare la funzione di correlazione per tutte le possibili coppie di punti che si possono scegliere sulla finestra. In linea di principio ciò è possibile. Abbiamo visto infatti che la funzione di correlazione è misurabile. Il problema pratico è legato alla enorme quantità d'informazione che dovremmo immagazzinare. In effetti, se l'informazione registrata su un ologramma cresce come N , numero di areole (con dimensioni lineari dell'ordine di λ) in cui misurare il campo, quella relativa al caso parzialmente coerente cresce come N^2 .

Anche ammesso che le misure della funzione di correlazione possano farsi e trascurando il problema dei tempi necessari per farlo, saremmo solo a metà dell'opera. Infatti si dovrebbe poi trovare il modo di ricreare il campo parzialmente coerente. Di nuovo, la cosa è possibile in linea di principio. Esistono dei dispositivi, detti modulatori spaziali di luce, in grado di alterare sotto comando elettrico, su un certo numero di *pixel*, ampiezza e fase di un fascio laser. Controllando tramite calcolatore l'andamento temporale dell'ampiezza e della fase su ciascun *pixel*, si potrebbe produrre il campo parzialmente coerente voluto. Purtroppo i modulatori spaziali attualmente disponibili sono inadeguati allo scopo, sia perché le dimensioni dei *pixel* sono ancora troppo grandi, sia perché il numero di *pixel* presenti in un modulatore è nettamente inferiore a quello che sarebbe necessario. È per questi motivi che, anche isolando con dei filtri piccoli intervalli spettrali, non siamo in grado di immagazzinare e riprodurre la luce proveniente da oggetti illuminati da una sorgente termica.

È prevedibile che tutte le limitazioni dette vengano progressivamente superate. Allora finalmente potremo registrare e ricreare la luce che attraversa la nostra finestra.

Bibliografia

- [1] F. Gori, "Elementi di Ottica" (Accademica, Roma) 1995.
- [2] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", 3-rd edn (Roberts and Co, Greenwood Village, CO) 2004.
- [3] L. Mandel and E. Wolf, "Optical Coherence and Quantum Optics" (Cambridge University Press, Cambridge) 1995.
- [4] A. A. Michelson, "Studies in Optics", (Dover Publications, New York) 1995.

Franco Gori

L'autore è Professore Ordinario nel Settore Scientifico Disciplinare FIS/03 (Fisica della Materia) presso l'Università Roma Tre, dove per molti anni è stato Preside della Facoltà d'Ingegneria. Autore di circa 150 pubblicazioni su riviste internazionali, è *fellow* dell'OSA (Optical Society of America) e dell'EOS (European Optical Society). Fa parte dell'Editorial Board della collana Progress in Optics e della rivista Optics Communications. È *Topical Editor* per la rivista *Journal of the Optical Society of America A* (JOSA A). Recentemente è stato nominato, per il triennio 2010-2012, *Editor in Chief* della rivista JOSA A, primo europeo a cui sia stata affidata la direzione di una rivista dell'OSA.